

Realizacja metody najmniejszych kwadratów za pomocą rozkładu QR metodą obrotów Givensa

```

c:\ Wiersz polecenia - turbo
File Edit Search Run Compile Debug Tools Options Window Help
[ ] GIVENS1.PAS 1=[ ]
if n<m then l:=n else l:=n-1;
for i:=1 to l do
begin
for j:=i+1 to m do
begin
a[i,i]:=sqrt(a[i,i]*a[i,i]+a[j,i]*a[j,i]);
c:=a[i,i]/a[i,i];
s:=a[j,i]/a[i,i];
a[i,i]:=a[i,i]; a[j,i]:=0;
for k:=i+1 to n+1 do
begin
a[i,k]:=c*a[i,k] + s*a[j,k];
a[j,k]:=-s*a[i,k] + c*a[j,k];
a[i,k]:=a[i,k];
end;
end;
end;
write('Macierz A po przekształceniu');
for i:=1 to m do
begin
writeln;
end;
* 43:19
F1 Help F2 Save F3 Open Alt+F9 Compile F9 Make Alt+F10 Local menu

```

Przykładowy układ równań liniowych $A(4,4)*x(4) = b(4)$

```

c:\ Wiersz polecenia - turbo
-4 0 12 24 -48
0 3 9 18 -15
1 -2 -8 -16 19
2 0 -9 -19 37

Macierz A po przekształceniu
4.5826 -0.4364 -16.1481 -32.7327 62.1921
0.0000 3.5790 10.0453 20.0373 -15.6067
0.0000 0.0000 2.8863 6.6343 -12.1056
0.0000 0.0000 0.0000 0.2535 -1.0140
Elementy macierzy R:
4.5826 -0.4364 -16.1481 -32.7327
0.0000 3.5790 10.0453 20.0373
0.0000 0.0000 2.8863 6.6343
0.0000 0.0000 0.0000 0.2535

Wyznacznik macierzy R, det(R)= 1.2000000000E+01
Wektor pierwiastków X[N]:
3.0000 4.0000 5.0000 -4.0000
-4.00 0.00 12.00 24.00
0.00 3.00 9.00 18.00
1.00 -2.00 -8.00 -16.00
2.00 0.00 -9.00 -19.00
-48.0000 -15.0000 19.0000 37.0000

```

Przykładowy nadokreślony układ równań liniowych $A(4,3)*x(3) = b(4)$ (zagadnienie najmniejszych kwadratów)

```

c:\ Wiersz polecenia - turbo
Wprowadz macierz poszerzona A(4,4) wierszami przez spacje
-4 0 12 24
0 3 9 18
1 -2 -8 -16
2 0 -9 -19

Macierz A po przekształceniu
4.5826 -0.4364 -16.1481 -32.7327
0.0000 3.5790 10.0453 20.0373
0.0000 0.0000 2.8863 6.6343
0.0000 0.0000 0.0000 0.2535
Elementy macierzy R:
4.5826 -0.4364 -16.1481
0.0000 3.5790 10.0453
0.0000 0.0000 2.8863

Wektor pierwiastków X[N]:
0.8755 -0.8527 2.2985
-4.000 0.000 12.000
0.000 3.000 9.000
1.000 -2.000 -8.000
2.000 0.000 -9.000

24.0803 18.1285 -15.8072 -18.9357

```

Realizacja metody najmniejszych kwadratów za pomocą rozkładu LL^T (Cholesky'ego)

```
Wiersz polecenia - turbo
File Edit Search Run Compile Debug Tools Options Window Help
[ ] MIN_KWAD.PAS 2=[↑]
<obliczenia: C=At*A, b1=At*b>
for i:=1 to n do
begin
for j:=1 to n do
begin
c[i,j]:=0;
for k:=1 to m do
c[i,j]:=c[i,j]+a[k,i]*a[k,j];
end;
b1[i]:=0;
for j:=1 to m do b1[i]:=b1[i]+a[j,i]*b[j];
end;
writeln '<Wyniki posrednie - macierz C=At*A oraz wektor b1=At*b>';
for i:=1 to n do
begin
for k:=1 to n do write <c[i,k]:7:3,' '>;
write <' ',b1[i]:7:3>;
writeln;
end;
<cholesky: rozklad LLt>
* 29:1
```

```
Wiersz polecenia - turbo
File Edit Search Run Compile Debug Tools Options Window Help
[ ] LLTROZ~1.PAS 1
MIN_KWAD.PAS 2=[↑]
<cholesky: rozklad LLt>
for i:=1 to n do
begin
l[i,i]:=sqrt(c[i,i]);
for j:=i to n do
begin
l[j,i]:=c[j,i]/l[i,i];
for k:=1 to j do c[j,k]:=c[j,k]-l[j,i]*l[k,i];
end;
end;
<wyniki posrednie: macierz L>
for i:=1 to n do
begin
for j:=1 to i do write <l[i,j]:8:4,' '>;
writeln;
end;
<metoda podstawienia: L*y=b>
```

```
Wiersz polecenia - turbo
end;
<metoda podstawienia: L*y=b>
for i:=1 to n do
begin
for j:=1 to i-1 do b1[i]:=b1[i]-l[i,j]*y[j];
y[i]:=b1[i]/l[i,i];
end;
<redukcja wsteczna: Lt*x=b>
for i:=n downto 1 do
begin
for j:=n downto i+1 do y[i]:=y[i]-l[j,i]*x[j];
x[i]:=y[i]/l[i,i];
end;
writeln '<Wyniki zagadnienia najmniejszych kwadratów: wektor x[n]>';
for i:=1 to n do write <x[i]:8:4>;
writeln;
end.
* 74:1
```

Przykładowy układ równań liniowych $A(4,4)*x(4) = b(4)$

```

c:\ Wiersz polecenia - turbo
Wprowadz rozmiary m i n macierzy A(m,n) przez spacje
4 4
Wprowadz macierz A(4,4) wierszami przez spacje
-4 0 12 24
0 3 9 18
1 -2 -8 -16
2 0 -9 -19
wprowadz przez spacje m=4 wyrazow wolnych ukkladu rownan (wektor b)
-48 -15 19 37
Wyniki posrednie - macierz C=A*t*A oraz wektor b1=A*t*b
21.0000 -2.0000 -74.0000 -150.0000 285.0000
-2.0000 13.0000 43.0000 86.0000 -83.0000
-74.0000 43.0000 370.0000 749.0000 -1196.0000
-150.0000 86.0000 749.0000 1517.0000 -2429.0000
Wyniki posrednie: macierz L:
4.5826
-0.4364 3.5790
-16.1481 10.0453 2.8863
-32.7327 20.0373 6.6343 0.2535
Wyniki zagadnienia najmniejszych kwadratow: wektor x[n]
3.0000 4.0000 5.0000 -4.0000

```

Przykładowy nadokreślony układ równań liniowych $A(4,3)*x(3) = b(4)$ (zagadnienie najmniejszych kwadratów)

```

c:\ Wiersz polecenia - turbo
Wprowadz rozmiary m i n macierzy A(m,n) przez spacje
4 3
Wprowadz macierz A(4,3) wierszami przez spacje
-4 0 12
0 3 9
1 -2 -8
2 0 -9
wprowadz przez spacje m=4 wyrazow wolnych ukkladu rownan (wektor b)
24 18 -16 -19
Wyniki posrednie - macierz C=A*t*A oraz wektor b1=A*t*b
21.0000 -2.0000 -74.0000 -150.0000
-2.0000 13.0000 43.0000 86.0000
-74.0000 43.0000 370.0000 749.0000
Wyniki posrednie: macierz L:
4.5826
-0.4364 3.5790
-16.1481 10.0453 2.8863
Wyniki zagadnienia najmniejszych kwadratow: wektor x[n]
0.8755 -0.8527 2.2985

```

Jeszcze ten sam układ za pomocą metody Givensa

```

c:\ Wiersz polecenia - turbo
Wprowadz macierz poszerzona A(4,4) wierszami przez spacje
-4 0 12 24
0 3 9 18
1 -2 -8 -16
2 0 -9 -19
Macierz A po przekształceniu
4.5826 -0.4364 -16.1481 -32.7327
0.0000 3.5790 10.0453 20.0373
0.0000 0.0000 2.8863 6.6343
0.0000 0.0000 0.0000 0.2535
Elementy macierzy R:
4.5826 -0.4364 -16.1481
0.0000 3.5790 10.0453
0.0000 0.0000 2.8863
Wektor pierwiastkow X[N]:
0.8755 -0.8527 2.2985
-4.0000 0.0000 12.0000
0.0000 3.0000 9.0000
1.0000 -2.0000 -8.0000
2.0000 0.0000 -9.0000
24.0803 18.1285 -15.8072 -18.9357

```

Realizacja metody najmniejszych kwadratów za pomocą rozkładu QR metodą odbić Householdera

```
Lister - [c:\Oleg\dyd\MetodyNumeryczne\HOUSEHOL.PAS]
File Edit Options Help 100 %
if n<m then l:=n else l:=n-1;
for i:=1 to l do
begin
sigma:=0;
for j:=i to m do sigma:=sigma+a[j,i]*a[j,i];
if a[i,i]<0 then alpha:=sqrt(sigma) else alpha:=-sqrt(sigma);
beta:=-1/(sigma-alpha*a[i,i]);
r[i,i]:=a[i,i]-alpha;
a[i,i]:=r[i,i];
for k:=i+1 to n+1 do
begin
y[k]:=0;
for j:=i to m do y[k]:=y[k]+a[j,k]*a[j,i];
y[k]:=beta*y[k];
end;
for k:=i+1 to n+1 do
begin
for j:=i to m do a[j,k]:= a[j,k] + a[j,i]*y[k];
r[i,k]:=a[i,k];
end;
writeln;
r[i,i]:=alpha;
end;
if (m<=n) then r[n,n]:=a[n,n];

for i:=n downto 1 do
begin
for j:=n downto i+1 do
a[i,n+1]:=a[i,n+1]-r[i,j]*x[j];
x[i]:=a[i,n+1]/r[i,i];
end;
```

Przykładowy układ równań liniowych $A(4,4)*x(4) = b(4)$

```
Wiersz polecenia - turbo
Rozklad_QR_metoda_Householdera + redukcja wsteczna
Wprowadz liczbe wierszy M<=10 i kolumn N<=10 macierzy A(M,N)
M = 4
N = 4
Wprowadz macierz poszerzona A(4,5) wierszami przez spacje
-4 0 12 24 -48
0 3 9 18 -15
1 -2 -8 -16 19
2 0 -9 -19 37
Elementy macierzy R:
4.583 -0.436 -16.148 -32.733
0.000 -3.579 -10.045 -20.037
0.000 0.000 -2.886 -6.634
0.000 0.000 0.000 -0.253
Wyznacznik macierzy R, det(R)=-1.2000000000E+01
Wektor pierwiastkow X[N]:
3.000 4.000 5.000 -4.000
```

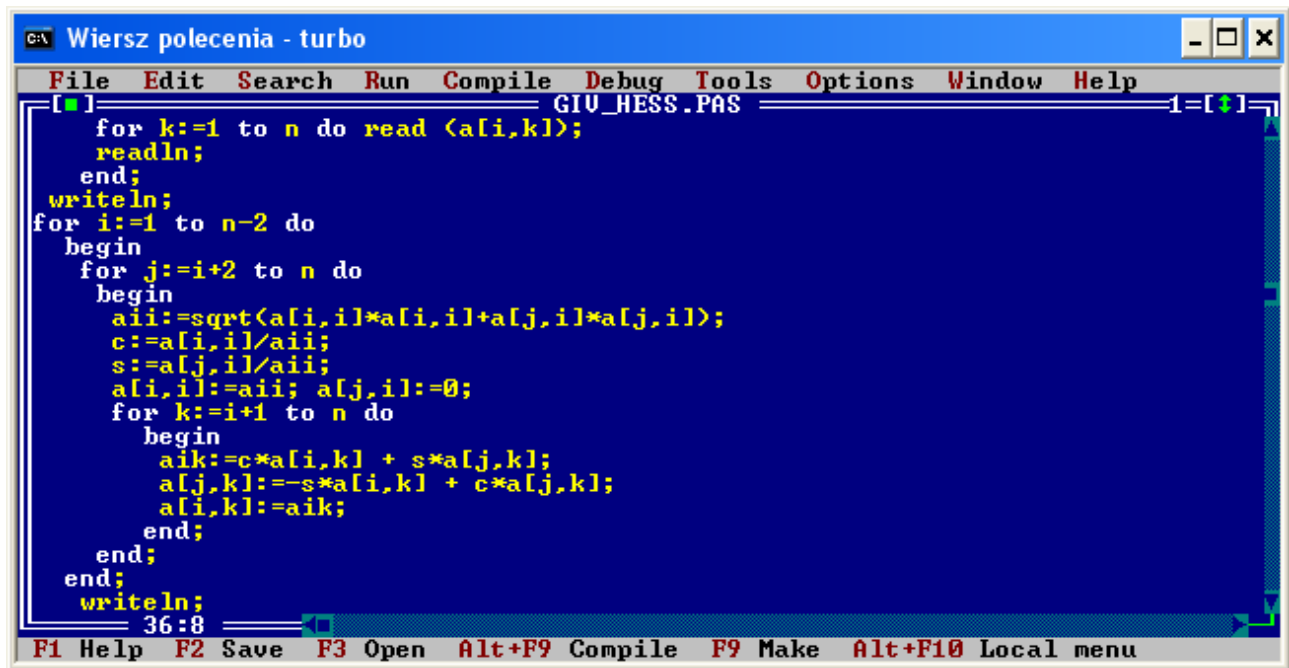
Przykładowy nadokreślony układ równań liniowych $A(4,3) \cdot x(3) = b(4)$ (zagadnienie najmniejszych kwadratów)

```
Wiersz polecenia - turbo
Rozklad_QR_metoda_Householdera + redukcja_wsteczna
Wprowadz liczbe wierszy M<=10 i kolumn N<=10 macierzy A(M,N)
M = 4
N = 3
Wprowadz macierz poszerzona A(4,4) wierszami przez spacje
-4 0 12 24
0 3 9 18
1 -2 -8 -16
2 0 -9 -19

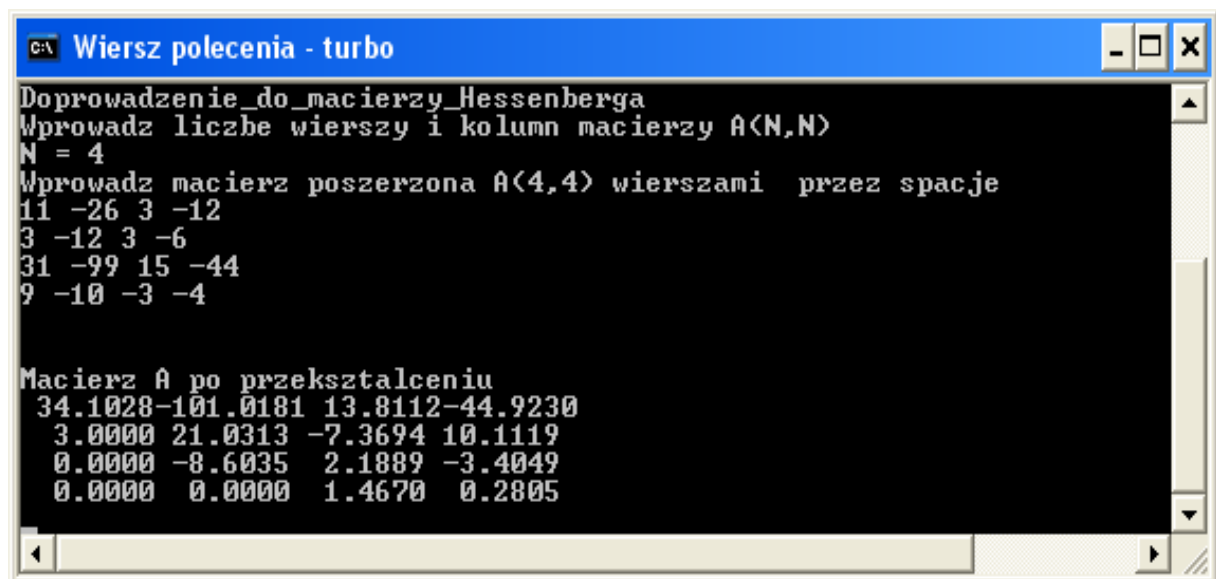
Elementy macierzy R:
4.5826 -0.4364 -16.1481
0.0000 -3.5790 -10.0453
0.0000 0.0000 -2.8863

Wyznacznik macierzy R, det(R)= 4.7339201514E+01
Wektor pierwiastkow X[N]:
0.8755 -0.8527 2.2985
```

Doprowadzenie macierzy $A(N,N)$ do postaci macierzy Hessenberga za pomocą metody Givensa



```
Wiersz polecenia - turbo
File Edit Search Run Compile Debug Tools Options Window Help
GIU_HESS.PAS 1=[+]
[ ]
for k:=1 to n do read (a[i,k]);
readln;
end;
writeln;
for i:=1 to n-2 do
begin
begin
for j:=i+2 to n do
begin
a[i,i]:=sqrt(a[i,i]*a[i,i]+a[j,i]*a[j,i]);
c:=a[i,i]/a[i,i];
s:=a[j,i]/a[i,i];
a[i,i]:=a[i,i]; a[j,i]:=0;
for k:=i+1 to n do
begin
aik:=c*a[i,k] + s*a[j,k];
a[j,k]:=-s*a[i,k] + c*a[j,k];
a[i,k]:=aik;
end;
end;
end;
end;
writeln;
36:8
F1 Help F2 Save F3 Open Alt+F9 Compile F9 Make Alt+F10 Local menu
```



```
Wiersz polecenia - turbo
Doprowadzenie_do_macierzy_Hessenberga
Wprowadz liczbe wierszy i kolumn macierzy A(N,N)
N = 4
Wprowadz macierz poszerzona A(4,4) wierszami przez spacje
11 -26 3 -12
3 -12 3 -6
31 -99 15 -44
9 -10 -3 -4

Macierz A po przekształceniu
34.1028-101.0181 13.8112-44.9230
3.0000 21.0313 -7.3694 10.1119
0.0000 -8.6035 2.1889 -3.4049
0.0000 0.0000 1.4670 0.2805
```

Wartości własne macierzy: Algorytm QR dla macierzy Hessenberga

```
Wiersz polecenia - turbo
File Edit Search Run Compile Debug Tools Options Window Help
[ ] QR_HESS.PAS 1=[+]
program QR_algorytm_wartosci_wlasne;
<uses crt;
const n=4;>
var n: integer;
    A,Q,R: array [1..10, 1..10] of real;
    iter, it, i, j, k: integer;
    aii, aik, qik, c, s: real;
begin
  <clrscr;>
  writeln('Algorytm_QR: wartosci wlasne macierzy Hessenberga A(n,n)');
  writeln('Wprowadz rozmiar N<=10 macierzy A(N,N) oraz liczbe iteracji It');
  write('N = '); readln (n);
  write('It = '); readln (it);
  writeln('Wprowadz macierz A('n,',',',n,') wierszami przez spacje');
  for i:=1 to n do
    begin
      for k:=1 to n do read (a[i,k]);
      readln;
    end;
  writeln;
  21:1
```

```
Wiersz polecenia - turbo
File Edit Search Run Compile Debug Tools Options Window Help
[ ] QR_HESS.PAS
for iter:=1 to it do
begin
  for i:=1 to n do
    for j:=1 to n do
      begin
        r[i,j]:=0; q[i,j]:=0;
      end;
  for i:=1 to n do q[i,i]:=1;
```

```
Wiersz polecenia - turbo
File Edit Search Run Compile Debug Tools Options Window Help
[ ] QR_HESS.PAS 1=[+]
for iter:=1 to it do
begin
  for i:=1 to n do
    for j:=1 to n do
      begin
        r[i,j]:=0; q[i,j]:=0;
      end;
  for i:=1 to n do q[i,i]:=1;

  for i:=1 to n-1 do
    begin
      aii:=sqrt(a[i,i]*a[i,i]+a[i+1,i]*a[i+1,i]);
      c:=a[i,i]/aii;
      s:=a[i+1,i]/aii;
      a[i,i]:=aii; a[i+1,i]:=0;
      for k:=i+1 to n do
        begin
          aik:= c*a[i,k] + s*a[i+1,k];
          a[i+1,k]:=-s*a[i,k] + c*a[i+1,k];
          a[i,k]:= aik;
        end;
    end;
  36:33
F1 Help F2 Save F3 Open Alt+F9 Compile F9 Make Alt+F10 Local menu
```

```

Wiersz polecenia - turbo
File Edit Search Run Compile Debug Tools Options Window Help
[ ] QR_HESS.PAS
for k:=i to n do
begin
qik:= c*q[i,k] + s*q[i+1,k];
q[i+1,k]:=-s*q[i,k] + c*q[i+1,k];
q[i,k]:= qik;
end;
end;
writeln;
writeln('Elementy macierzy R',iter);
for i:=1 to n do
begin
for j:=1 to n do
begin
r[i,j]:=a[i,j];
write(r[i,j]:9:4,' ');
end;
writeln;
end;
end;

```

```

Wiersz polecenia - turbo
File Edit Search Run Compile Debug Tools Options Window Help
[ ] QR_HESS.PAS 1=[ ]
for i:=1 to n do
begin
for j:=1 to n do write(q[i,j]:9:4,' ');
writeln;
end;
<mnozenie R*Qtransponowane=A>
for i:=1 to n do
for j:=1 to n do
begin
a[i,j]:=0;
for k:=i to n do
a[i,j]:= a[i,j]+r[i,k]*q[j,k];
end;
writeln;
writeln('Wartosci wlasne macierzy A po iteracji ', iter, ' :');
for i:=1 to n do write(a[i,i]:9:4,' ');
writeln;
end;
end.
82:2
F1 Help F2 Save F3 Open Alt+F9 Compile F9 Make Alt+F10 Local menu

```

```

Wiersz polecenia - turbo
11 2.8687 4.2341 -28.3345
-32.4191 -8.0778 -15.0141 107.3558
0 -2.8757 4.4607 -20.6163
0 0 0.0814 2.6174

Elementy macierzy R1
34.2345 8.5714 15.5784 -110.7673
0.0000 2.8782 -4.4910 20.9202
0.0000 0.0000 0.6317 -6.3954
0.0000 0.0000 0.0000 -3.4705

Elementy macierzy Q1
0.3213 -0.9470 0.0000 0.0000
0.9470 0.0135 -0.9991 0.0000
0.0000 0.3210 -0.0417 0.1289
0.0000 0.0000 -0.0054 -0.9917

Elementy macierzy A po iteracji 1 :
2.8831 16.9702 -12.1719 109.7593
-2.7256 4.5259 3.8071 -20.7215
0.0000 -0.6311 -0.8505 6.3387
0.0000 0.0000 -0.4472 3.4416

Wartosci wlasne macierzy A po iteracji 1 :
2.8831 4.5259 -0.8505 3.4416

```



```
Wiersz polecenia - turbo
34.1028 -101.0181 13.8112 -44.923
3 21.0313 -7.3694 10.1119
0 -8.6035 2.1889 -3.4049
0 0 1.467 0.2805

Elementy macierzy R1
34.2345 -98.7865 13.1123 -43.8641
0.0000 31.0197 -8.8229 14.4044
0.0000 0.0000 1.4914 0.1652
0.0000 0.0000 0.0000 -0.6548

Elementy macierzy Q1
0.9962 0.0876 0.0000 0.0000
-0.0876 0.9571 -0.2774 0.0000
0.0000 0.2763 -0.1731 0.9836
0.0000 0.0000 -0.9450 -0.1802

Elementy macierzy A po iteracji 1 :
25.4461 -101.1825 -72.7097 -4.4876
2.7183 32.1351 24.2665 5.7425
0.0000 -0.4137 -0.0957 -1.4392
0.0000 0.0000 -0.6441 0.1180

Wartosci wlasne macierzy A po iteracji 1 :
25.4461 32.1351 -0.0957 0.1180
```